

Algebra 1 tentamen

5 juni 2024

Je mag het dictaat gebruiken, maar geen rekenmachines of andere elektronische hulpmiddelen. Opgaven 2.46 en 2.49 mogen zonder bewijs gebruikt worden, de andere opgaven niet. **Motiveer steeds je antwoord en noem de stellingen die je gebruikt.** Succes!

1. [5 punten] Gegeven zijn de permutaties

$$\sigma = (13)(2567)(148932), \quad \tau = (1234)(34567)(6789)$$

in S_9 .

- (i) Bereken de orde van σ , τ en $\sigma\tau$.
 - (ii) Zijn σ en σ^{100} geconjugeerd in S_9 ? Zelfde vraag voor τ en τ^{100} .
2. [6 punten] Europese verkiezingspotloden zijn cilinders met vijfhoekige basis. De 5 zijkanten worden gekleurd in blauw en geel, en op de (identieke) vijfhoekjes onder en boven wordt een vlaggetje van één van de 27 lidstaten afgedrukt. De beide vlaggetjes mogen verschillen, en we noemen 2 potloden hetzelfde als ze (na draaiïng) dezelfde onder- en bovenkant hebben, en gelijk gekleurde zijkanten.
- (i) Hoeveel verschillende Europese verkiezingspotloden zijn er?
 - (ii) Hoeveel blijven daarvan over als de potloden geslepen worden (en de bovenkant dus niet meer meetelt)?

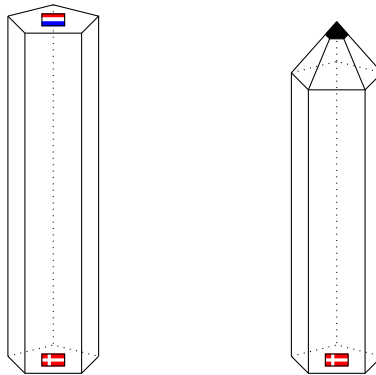


Figure 1: Europese verkiezingspotlood in de situaties van vraag (i) (op links) en (ii) (op rechts).

3. [6 punten] Zij $G = (\mathbf{Z}/2024\mathbf{Z})^*$ de groep van inverteerbare restklassen modulo 2024.

- (i) Bereken de orde van G .
- (ii) Kan G worden voortgebracht met 3 elementen?
- (iii) Bereken de maximale orde van een element van G .

Z.O.Z.

4. [5 punten] Zij G een groep, en $x, y \in G$ elementen van orde respectievelijk m en n . Ga na of de volgende beweringen waar of niet waar zijn. Geef een bewijs of een tegenvoorbeeld.

(i) Het element $xy \in G$ is van eindige orde.

(ii) Als G abels is en m en n zijn onderling ondeelbaar, dan heeft xy orde mn .

5. [5 punten] Laat S_4 de permutatiegroep op 4 elementen zijn en C_4 de cyclische groep van orde 4.

(i) Hoeveel verschillende homomorfismen $f : S_4 \rightarrow C_4$ zijn er?

(ii) Hoeveel verschillende homomorfismen $f : C_4 \rightarrow S_4$ zijn er?

Totaal: 27 punten. Je cijfer is (aantal punten)/3 + 1.